



Studia Podyplomowe

EFEKTYWNE UŻYTKOWANIE ENERGII ELEKTRYCZNEJ

w ramach projektu

**Śląsko-Małopolskie Centrum Kompetencji
Zarządzania Energią**

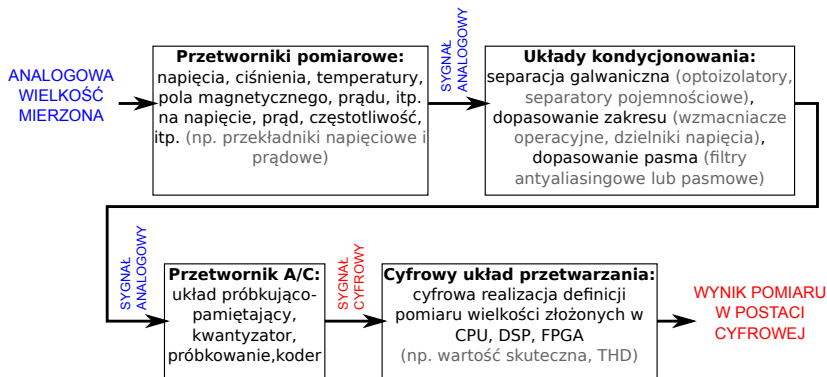


Euro - Centrum

**Pomiar parametrów sygnałów sieci
elektroenergetycznej**

dr inż. Dariusz Borkowski

- 1 Cyfrowe pomiary parametrów sygnałów**
- 2 Pomiary parametrów sygnałów w dziedzinie częstotliwości
- 3 Błędy w analizie częstotliwościowej sygnałów



Bloki funkcjonalne typowego toru przetwarzania analogowo–cyfrowego.

❶ próbkowanie (dyskretyzacja w dziedzinie czasu)

zapamiętywanie chwilowych wartości wielkości mierzonej w dyskretnych chwilach czasu nT_S , gdzie $n = 1, 2, \dots, N$, $T_S = \frac{1}{F_S}$, gdzie F_S jest częstotliwością próbkowania

❷ kwantowanie (dyskretyzacja w dziedzinie amplitudy)

zamiana wartości ciągłej wielkości mierzonej na jedną ze skończonej liczby dyskretnych wartości (np. przetwornik 12-to bitowy daje $2^{12} = 4096$ możliwych wartości)

❸ kodowanie

przekształcenie wyniku przetwarzania do konkretnego kodu liczbowego (np. liczby całkowite — NB, U2; liczby niecałkowite — float, double, Q15)



Z operacją kwantowania wartości X wiąże się tzw. błąd kwantowania ΔK zależny od rozdzielczości przetwornika A/C.

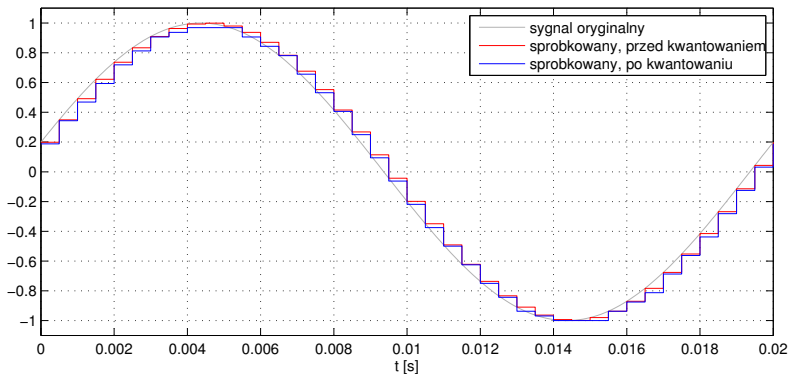
- obecne przetworniki A/C mają co najmniej 16 bitów
16 bitów to $2^{16} = 65536$ możliwych wartości, więc błędy kwantowania są małe; 12 i mniej bitów mogą posiadać proste cyfrowe oscyloskopy i multimetry.

- względny błąd kwantowania $\delta K = \frac{\Delta K}{X}$ jest stały rośnie silnie przy małych wartościach X

wzmocnienie toru przed przetwornikiem A/C powinno być dobrane tak, by wykorzystać maksymalnie zakres napięć wejściowych przetwornika, a mimo to pomiar bardzo małych wartości X może być obciążony znacznym błędem!

- pomiary różnicowe, a w szczególności dzielenie przez różnicę wartości jest obciążone ryzykiem katastrofalnego błędu

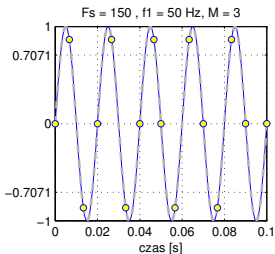
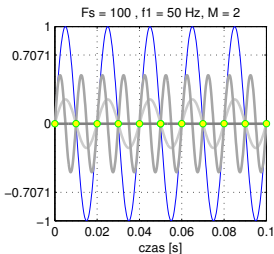
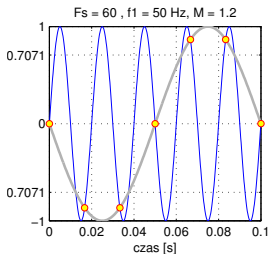
rozważmy wyrażenie $\frac{1}{X_1 - X_2}$; jeśli $X_1 \approx X_2$ to może się zdarzyć, że po kwantowaniu $X'_1 = X'_2$ a wtedy $\frac{1}{X'_1 - X'_2} = \frac{1}{0} = \infty$



Próbkowanie i kwantowanie sygnału 50 Hz, $F_S = 2$ kHz, przetwornik 6 bitów.

Aby poprawnie odtworzyć sygnał oryginalny z jego próbek, próbkowanie musi się odbywać z częstotliwością F_S większą niż $2f_g$, gdzie f_g to najwyższa częstotliwość w sygnale

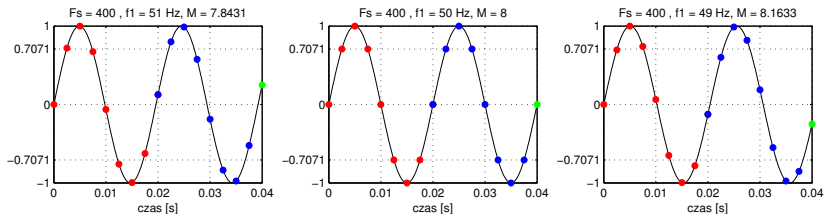
$$F_S > 2 \cdot f_g$$



Przykłady niespełnienia twierdzenia o próbkowaniu.

Próbkowanie synchroniczne — częstotliwość próbkowania F_S jest całkowitą wielokrotnością M częstotliwości podstawowej f_1 sygnału

$$F_S = M \cdot f_1 \quad , \quad M \in \mathbb{N}$$



Przykład próbkowania niesynchronicznego i synchronicznego.



miara | definicja

wartość skuteczna U sygnału okresowego $u(t)$ o okresie T moc czynna P dla okresowych napięcia i prądu $u(t)$, $i(t)$

definicja (analogowa)

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u(t)^2 dt}$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt$$

realizacja (cyfrowa)

$$U = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u(n)^2}$$

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u(n)i(n)$$

Ile powinno wynosić N ?

- N musi być całkowite (wynika z definicji)
- N powinno być liczbą próbek w okresie sygnału T (lub całkowita jej wielokrotnością)

Wniosek:

- próbkowanie musi być synchroniczne, aby uniknąć błędów



AGH

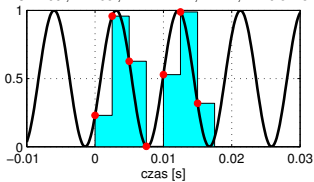
Cyfrowe pomiary parametrów sygnałów

Przykład błędów w zależności od długości okna pomiarowego

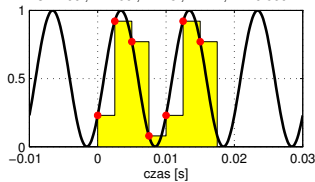
Czy synchroniczne próbkowanie wystarczy? Nie wystarczy!

N musi być całkowitą wielokrotnością M , gdzie $M = F_s/f_1 \in \mathbb{N}$

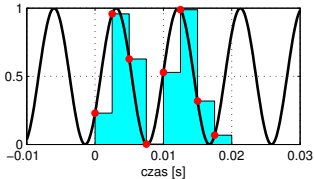
$F_s = 400$, $f_1 = 55$, $M = 7.2727$, $N = 7$, $P = 0.52182$



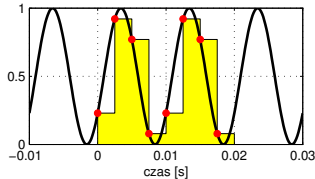
$F_s = 400$, $f_1 = 50$, $M = 8$, $N = 7$, $P = 0.56011$



$F_s = 400$, $f_1 = 55$, $M = 7.2727$, $N = 8$, $P = 0.46513$



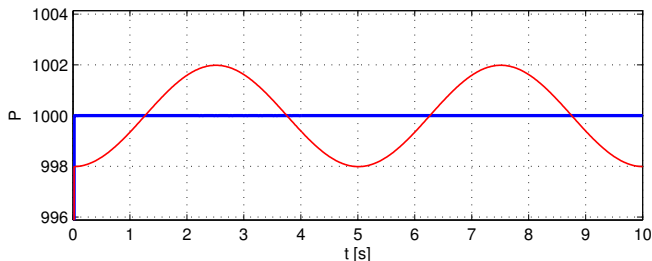
$F_s = 400$, $f_1 = 50$, $M = 8$, $N = 8$, $P = 0.5$



Próbkowanie niesynchroniczne (lewa), synchroniczne (prawa).

- Częstotliwość podstawowa systemu elektroenergetycznego prawie nigdy nie jest równa dokładnie 50 Hz.
- Częstotliwość podstawowa systemu elektroenergetycznego wciąż się zmienia, oscyluje wokół 50 Hz.
- Odchyłki od częstotliwości znamionowej z reguły są nie większe niż ± 5 mHz podczas normalnej pracy.
- Odchyłki od częstotliwości znamionowej w stanach awaryjnych mogą być znacznie większe.

- pomiar mocy czynnej odbiornika 1 kW zasilanego napięciem o częstotliwości znamionowej i nieznamionowej.
- układ pomiarowy o przyjętej na sztywno częstotliwości próbkowania dobranej do częstotliwości znamionowej, czyli pomiar mocy co $1/50$ s czyli co 200 ms, długość okna 200 ms



Zmierzona moc czynna dla napięcia: 50 Hz (niebieski), 50,1 Hz (czerwony).

- 1 Cyfrowe pomiary parametrów sygnałów
- 2 Pomiary parametrów sygnałów w dziedzinie częstotliwości**
- 3 Błędy w analizie częstotliwościowej sygnałów

- Sygnał okresowy $x(t)$ o okresie T to sygnał, którego wartości powtarzają się co okres czyli $x(t) = x(t + mT)$, $m \in \mathbb{Z}$.
- Częstotliwość podstawowa sygnału $f_1 = 1/T$ ($\omega_1 = 2\pi f_1$)
- Częstotliwość harmoniczna f_h — całkowita wielokrotność częstotliwości podstawowej f_1 czyli $f_h = h \cdot f_1$, $h \in \mathbb{N}$
- Dowolny sygnał okresowy można otrzymać przez sumowanie składowych sinusoidalnych o różnych amplitudach, fazach i częstotliwościach harmonicznym.

Składowe sygnałów (okresowych i prawie okresowych) ze względu na częstotliwość:

- Podstawowa — składowa sinusoidalna o częstotliwości $f = f_1$
- Harmoniczna — składowa sinusoidalna o częstotliwości $f = f_h$
- Interharmoniczna — składowa sinusoidalna o częstotliwości $f > f_1 \vee f \neq f_h$
- Subharmoniczna — składowa sinusoidalna o częstotliwości $f < f_1$
- Przejściowa — składowa niesinusoidalna np. $\exp(-t/\tau)$

Analiza częstotliwościowa sygnałów dostarcza istotnych informacji:

- pozwala na niezależne określanie mocy i wartości skutecznych **dla pojedynczych harmonicznyc**
- pozwala określić całkowite odkształcenie sygnałów

$$\text{np. } THD_U = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^H U_h^2}}{U_1}$$

- pozwala określić udział pojedynczych składowych (harmonicznyc lub interharmonicznyc) w sygnale
- pozwala na wyznaczanie wartości skutecznych na podstawie harmonicznyc $U = \sqrt{U_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^H U_h^2}$



Ciągły sygnał okresowy $x(t)$ o okresie $T = \frac{1}{f_1} = \frac{2\pi}{\omega}$ możemy przedstawić w postaci dyskretnego szeregu Fouriera:

$$s(t) = \sum_k (A_k \cos(k\omega t) + B_k \sin(k\omega t))$$

gdzie $A_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(k\omega t) dt$ $B_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(k\omega t) dt$ $k = 0, 1, 2, \dots$

a sygnały prawie okresowe i nieokresowe możemy tym szeregiem przybliżyć.

W przypadku pewnych sygnałów (np. prostokąt) szereg ten będzie nieskończony.

N próbek ($N = RM$, $R \in \mathbb{N}$) **dyskretnego okresowego sygnału** $x(n)$ o okresie $M = \frac{T}{f_s} = \frac{F_s}{f_1}$ możemy zapisać jako szereg Fouriera:

$$s(n) = \sum_{k=0}^{K-1} \left(A_k \cos\left(k \frac{2\pi}{N} n\right) + B_k \sin\left(k \frac{2\pi}{N} n\right) \right)$$

gdzie $A_k = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cos\left(k \frac{2\pi}{N} n\right)$, $B_k = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \sin\left(k \frac{2\pi}{N} n\right)$, $k = 0, 1, \dots, N-1$

pod warunkiem spełnienia twierdzenia o próbkowaniu $F_s > 2f_g$.

Zapisując współczynniki szeregu Fouriera w postaci zespolonej dostajemy wzór na dyskretną transformację Fouriera (DFT):

$$X_k = A_k + jB_k = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp\left(-jk \frac{2\pi}{N} n\right), \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

- Rozdzielczość częstotliwościowa widma DFT to odstęp pomiędzy sąsiednimi „prążkami” widma. Dla DFT o długości N i częstotliwości próbkowania F_S wynosi ona $\Delta f = \frac{F_S}{N}$.
- Zespolony składnik X_k zawiera informacje o amplitudzie i fazie składowej $|X_k| \sin(2\pi f_k n T_S + \phi_k)$ o częstotliwości $f_k = k \cdot \Delta f$.
- Amplituda tej składowej to $|X_k| = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$
- Argument (faza) tej składowej to $\phi_k = \arctan\left(\frac{B_k}{A_k}\right)$

FFT to szybka implementacja DFT, daje dokładnie te same wyniki!

- 1 Cyfrowe pomiary parametrów sygnałów
- 2 Pomiary parametrów sygnałów w dziedzinie częstotliwości
- 3 Błędy w analizie częstotliwościowej sygnałów**

W analizie DFT sygnałów okresowych najczęściej występują błędy:

- **rozmycie widma** (przeciek widma) — może wynikać z:
 - braku synchronizacji próbkowania,
 - źle dobranej liczby próbek poddawanych DFT,
 - nieokresowości sygnału (składowe interharmoniczne, subharmoniczne, przejściowe),
 - stosowania nieprostokątnych okien czasowych
- **aliasing** (nakładanie się widm) — może wynikać z:
 - braku filtracji antyaliasingowej,
 - zbyt słabego tłumienia w filtracji antyaliasingowej,
 - źle dobranej częstotliwości granicznej w filtracji antyaliasingowej,

Rozmycie widma DFT polega na rozłożeniu energii związanej z pojedynczą składową sygnału pomiędzy wiele prążków widma DFT.

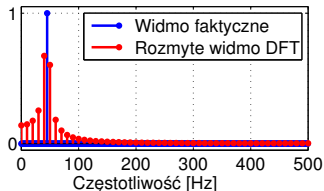
Dzieje się tak, gdy częstotliwość składowej sinusoidalnej sygnału nie jest równa częstotliwości żadnego z prążków widma.

Częstotliwości kolejnych prążków widma sygnału są dane wzorem

$$f_k = k \cdot \Delta f = k \cdot \frac{F_S}{N}, \quad k = 0, 1, \dots, N - 1$$

gdzie F_S to częstotliwość próbkowania, N liczba próbek poddawanych DFT

Przykład: DFT o długości $N = 100$ próbek sygnału sinusoidalnego o częstotliwości $f_1 = 55$ Hz próbkowanego z częstotliwością $F_S = 1000$ Hz. Rozdzielczość widma $\Delta f = 10$ Hz, więc częstotliwość żadnego prążka nie jest równa f_1 (najbliższe to 50 Hz i 60 Hz). Skutek: widmo jest rozmyte.





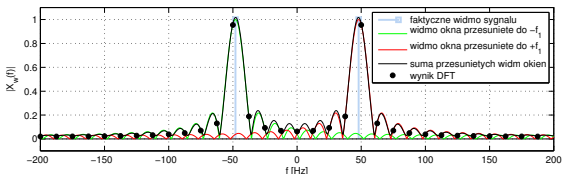
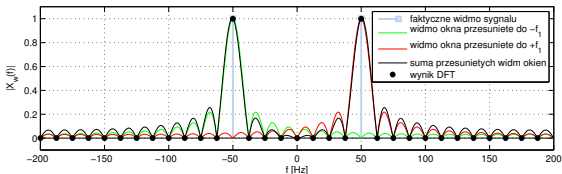
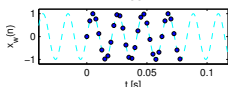
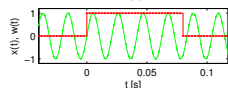
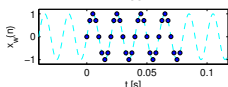
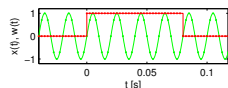
AGH

Błędy w analizie częstotliwościowej sygnałów

Mechanizm rozmycia widma DFT

Mnożenie funkcji w dziedzinie czasu odpowiada splutowi widm tych funkcji w dziedzinie częstotliwości $x(t) \cdot w(t) \iff X(\omega) \otimes W(\omega)$

Wybór N próbek sygnału do DFT to mnożenie sygnału przez funkcję prostokątną w dziedzinie czasu, więc wynik DFT jest splotem widma okna i widma sygnału.



Przykład DFT: $N = 16$, $F_S = 400$ Hz, $f_1 = 50$ Hz (górá), $f_1 = 48$ Hz (dół).

W przypadku przyrządów próbkujących niesynchronicznie, ze stałą częstotliwością (zazwyczaj $F_S = M \cdot f_{1N} = M \cdot 50 \text{ Hz}$) rozmycie widma najczęściej wynika ze faktu, że w systemie częstotliwość podstawowa różni się od znamionowej: $f_1 \neq f_{1N}$

W przypadku przyrządów próbkujących synchronicznie ($F_S = M \cdot f_1$) rozmycie może się pojawić:

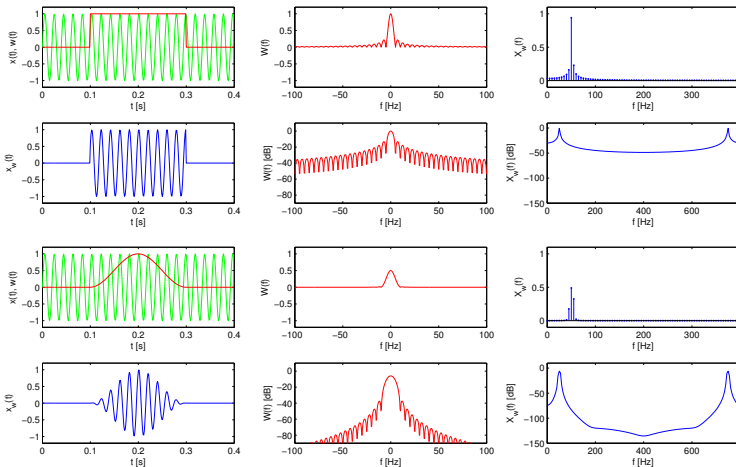
- w stanach dynamicznych systemu ze względu na obecność niesinusoidalnych składowych przejściowych (transjenty)
- w stanie normalnym przy obecności interharmonicznych, o częstotliwościach różnych od częstotliwości prążków widma

- ❶ synchroniczne próbkowanie: śledzenie częstotliwości podstawowej f_1 i ustawianie $F_S = M \cdot f_1$
- ❷ synchroniczne repróbkiwanie: programowa aproksymacja spróbkowanego sygnału i ponowne wyznaczenie jego próbek we właściwych miejscach, tak by na okres T przypadało dokładnie M próbek, nie redukuje rozmycia od składowych przejściowych i interharmonicznych
- ❸ stosowanie nieprostokątnych okien czasowych: mnożenie próbek czasowych przez funkcję okna przed DFT, zmienia postać rozmycia na możliwą do przyjęcia t.j. zwiększa tłumienie szumu tła kosztem szerokości prążków

Najlepsze efekty daje zastosowanie metody 1 (ew. 2) razem z metodą 3, przy znacznej rozdzielczości (małe Δf) widma uzupełnione o grupowanie harmonicznych.

Błędy w analizie częstotliwościowej sygnałów

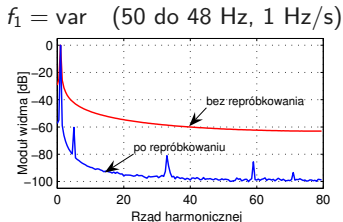
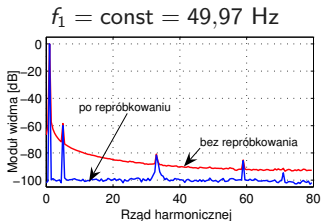
Przykład wpływu kształtu okien czasowych na wyniki DFT



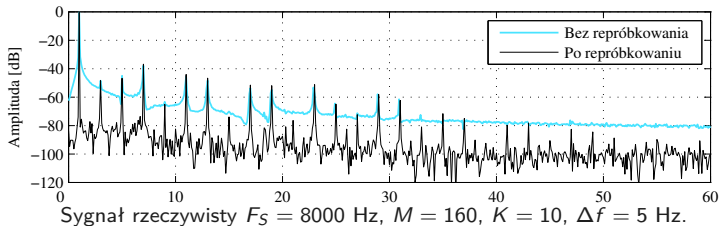
Sygnał $f_1 = 51$ Hz, $F_S = 800$ Hz, $N = 160$. Okno prostokątne (góra) i Hanna (dół).
 Sygnał i okno czasowe (lewa), widmo okna (środek), wynik DFT (prawa).

Błędy w analizie częstotliwościowej sygnałów

Błędy rozmycia w DFT sygnałów poliharmonicznych

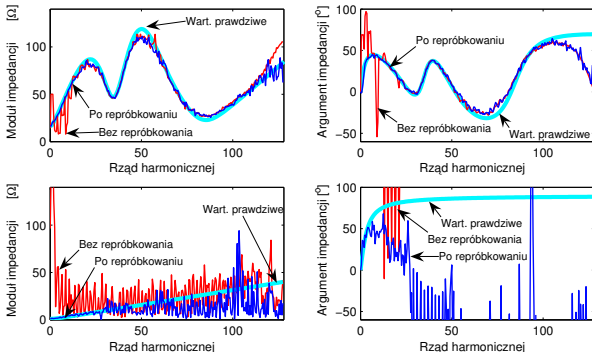


Sygnał symulowany: harmoniczne 1; 5; 59; 71 + interharmoniczna 33,17 + szum biały. Uśrednione wyniki 50-ciu DFT długości $KM = 320$ próbek, $F_{Sin} = 8000 \text{ Hz}$.



Odchyłki od częstotliwości znamionowej w systemie są zazwyczaj bardzo małe, więc rozmycie także. Czy zatem w praktyce rozmycie ma znaczenie?

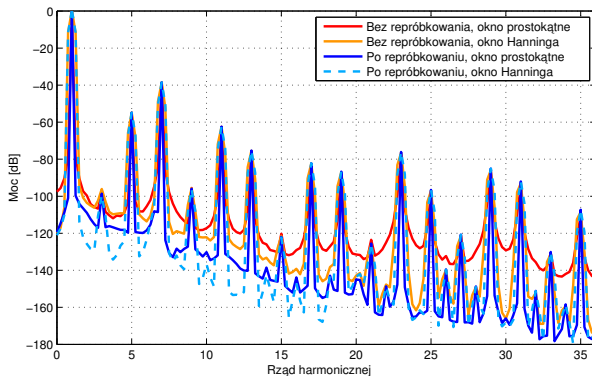
Tak, np. w estymacji impedancji harmonicznej systemu zasilającego $Z(f) = \frac{\Delta U(f)}{\Delta I(f)}$



Wyniki estymacji impedancji harmonicznej, model symulowany (góra), model laboratoryjny (dół).

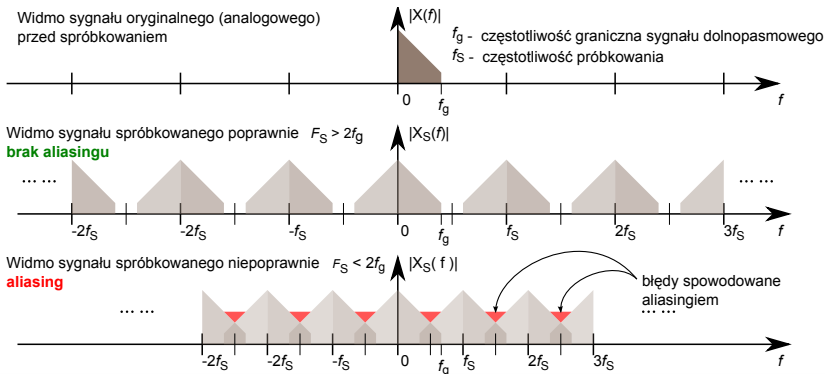
Błędy w analizie częstotliwościowej sygnałów

Efekt stosowania okien nieprostokątnych vs. repróbkiwanie



Poprawa tłumienia szumu tła dzięki zastosowaniu okna Hanninga lub/oraz repróbkiwania.

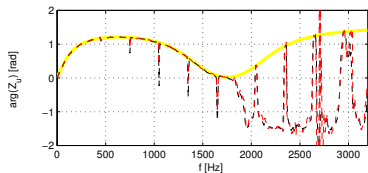
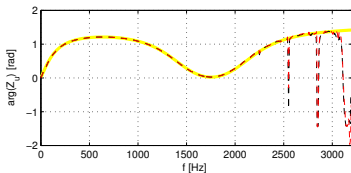
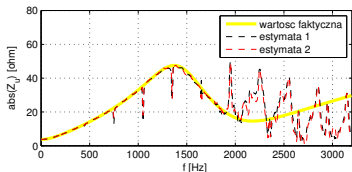
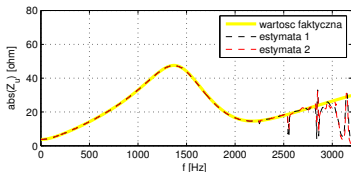
Aliasing to nieodwracalne zniekształcenie sygnału w procesie próbkowania wynikające z niespełnienia założeń twierdzenia o próbkowaniu $F_S > 2 \cdot f_g$. Powstaje ono poprzez dodanie się składowych powtórzonych widm do widma oryginalnego sygnału.



- Jedynym sposobem uniknięcia aliasingu jest stosowanie analogowych dolnoprzepustowych filtrów przed próbkowaniem (tzw. filtry antyaliasingowe przed przetwornikiem A/C).
- Niestety filtry mają swoje ograniczenia. Przy stałym rzędzie filtra mocne tłumienie jest osiągnięte za cenę szerokiego pasma przejściowego lub oscylacji w paśmie przepustowym.
- Dlatego czasem stosuje się wielokrotne nadpróbkowanie z łagodnym filtrem niskiego rzędu, a następnie cyfrową filtrację i decymację, gdyż łatwiej jest zrealizować stromy filtr cyfrowy niż analogowy.





Dla sygnałów energetycznych charakterystyczne jest, że amplitudy ich harmoniczných maleją z częstotliwością (mniejsze są w napięciu, większe w prądzie), więc wpływ aliasingu na widmo jest mały. Czy zatem aliasing ma znaczenie?

Tak, np. w estymacji impedancji harmonicznej systemu zasilającego $Z_u(f) = \frac{\Delta U(f)}{\Delta I(f)}$



Wyniki estymacji impedancji harmonicznej, z filtrem AA (lewa), bez filtra AA (prawa).



-  Lyons Richard G.: *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów Przekładniki w elektroenergetyce.*
WKŁ, Warszawa 1999.
-  Zieliński Tomasz. *Od teorii do cyfrowego przetwarzania sygnałów*
AGH, Kraków 2002.
-  Borkowski Dariusz. *Zastosowanie metody synchronicznego repróbkiowania sygnałów energetycznych w pomiarze zastępczej impedancji systemu elektroenergetycznego.*
Przegląd Elektrotechniczny, 7/8 2006.
-  PN-EN 61000-4-7:2007 *Kompatybilność elektromagnetyczna (EMC) – Część 4-7: Metody badań i pomiarów – Ogólny przewodnik dotyczący pomiarów harmoniczných i interharmoniczných oraz przyrządów pomiarowych, dla sieci zasilających i przyłączonych do nich urządzeń*
Warszawa 2006.